594
NRRu

C. F. NAUMANN,

MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ÜBER

DIE CYCLOCENTRISCHE CONCHOSPIRALE

UND ÜBER DAS

WINDUNGSGESETZ VON PLANORBIS CORNEUS.

Aus den Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.

BIOLOGY

LEIPZIG,

WEIDMANN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1849.

THE UNIVERSI'

OF ILLINOIS

LIBRARY

594
N Ph Ru

BIOLOG

BIOLOGY

ÜBER DIE

CYCLOCENTRISCHE CONCHOSPIRALE

UND ÜBER DAS

WINDUNGSGESETZ VON PLANORBIS CORNEUS

VON

C. F. NAUMANN.

Digitized by the Internet Archive
in 2011 with funding from
University of Illinois Urbana-Champaign

http://www.archive.org/details/berdiecyclocen00naum

ÜBER DIE CYCLOCENTRISCHE CONCHOSPIRALE

als

WINDUNGSGESETZ VON PLANORBIS CORNEUS.

I. Allgemeine Betrachtung der cyclocentrischen Conchospirale.

§. 1.

Vorbemerkungen.

Die Conchyliometrie ist eine erst im Entstehen begriffene Wissenschaft; denn in der That sind bis jetzt nur einzelne Grundsteine zu dem Gebäude gelegt worden, welches vielleicht künftig einen ehrenvollen Platz neben der Krystallographie und anderen Theilen der angewandten Mathematik behaupten wird.

Das nächste und wichtigste Problem war es unstreitig, das Wachsthumsgesetz der Conchylien, oder, was auf dasselbe hinausläuft, das Wachsthumsgesetz der in ihnen lebenden Thiere aufzufinden. Man hat dieses Problem einstweilen nur für die einschaligen, spiralförmig gewundenen Conchylien in Angriff genommen, bei welchen allerdings durch Messung und Rechnung leichter ein Resultat zu erwarten stand, als bei den zweischaligen Conchylien. Das Wachsthumsgesetz einer solchen Conchylie wird nun aber in der Hauptsache gefunden sein, sobald es gelingt, die Gleichung derjenigen Spirale aufzustellen, welche der Windungsrücken um die Axe der Conchylie beschreibt. Denn da die Entwickelung der betreffenden Thiere wesentlich an das Gesetz gebunden ist, dass solche mit beständig wechselnder Richtung in einem und demselben Sinne auf dem Rücken ihres selbst gebildeten Gehäuses fortwachsen, indem sie, die centrale Axe des letzteren entweder in einer Ebene oder in einer Kegeloberfläche umkreisend, eine gewisse Anzahl von Windungen zu Stande bringen; so müssen die successiven Abstände des Windungsrückens (als der von der Windungsaxe am weitesten entfernten Linie) nothwendig die successiven Radial-Dimensionen des Thieres selbst in den verschiedenen Stadien seines Wachsthumes repräsentieren.

Dieser Ansicht gemäss hat sich denn auch die Aufmerksamkeit Derer, welche bis jetzt die Formen der Conchylien geometrisch zu ergründen bemüht waren, vorzugsweise der Aufsuchung derjenigen Spirale zugewendet, welche den Verlauf des Windungs*rückens* bestimmt und daher als Rückenspirale bezeichnet werden kann.

Indessen hat man auch bisweilen die Nahtspirale, d. h. diejenige Spirale zu ermitteln versucht, welche dem Rande entspricht, in welchem sich eine jede Windung an die nächst vorhergehende anschmiegt. Diese Windungsnaht kann wohl auch häufig benutzt werden, obwohl Fälle genug vorkommen, wo sie einen ganz abweichenden und zum Theil wenig regelmässigen Verlauf besitzt. Da sie den Umgriff des Windungs*randes* darstellt, welcher gewissermassen die Extremitäten der Windung bezeichnet, so kann sie freilich nicht geeignet sein, das *allgemeine* Wachsthum des Thieres erkennen zu lassen; wenn sie jedoch nach *demselben* Gesetze gewunden ist, wie die Rückenspirale, so wird sie wenigstens zur Kenntniss des Windungs-Quotienten führen, womit schon sehr viel gewonnen ist.

Nachdem Reinecke schon im Jahre 1818 die erste Hinweisung auf den Windungs-Quotienten als das wichtigste Element der Ammonitenformen gegeben, dann aber Leopold v. Buch diesen Quotienten als den Ausdruck eines *bestimmten Gesetzes* erkannt, und daher als ein specifisches Merkmal eingeführt hatte, so wurde zuerst von Moseley im Jahre 1838 die logarithmische Spirale als die eigentliche Grundlinie vieler Conchylien nachgewiesen, während später Heis bei Argonauta Argo die parabolische Spirale entdeckte. Dagegen wurde ich durch den oft vorkommenden *Wechsel* des Windungs-Quotienten in verschiedenen Regionen der Schale und durch einige zwischen Rechnung und Beobachtung wahrgenommene *Widersprüche* zu Zweifeln an der Allgemeingültigkeit der logarithmischen Spirale veranlasst, und endlich, nach manchen vergeblichen Versuchen, auf das Resultat geführt, dass sehr vielen Conchylien ihr Windungsgesetz durch eine neue und eigenthümliche Spirale vorgeschrieben werde, welche ich deshalb unter dem Namen der *Conchospirale* einzuführen mir erlaubte.

Das wesentliche Grundgesetz dieser Conchospirale ist, dass die successiven Windungsabstände eine geometrische Reihe nach irgend einem Quotienten p bilden. Setzt man nun den ersten, vom Mittelpunkte

ausgehenden Windungsabstand oder den Parameter der Spirale $= a$, so wird die allgemeine Gleichung derselben:

$$r = \frac{a}{p-1}(p^m - 1)$$

oder, indem man für m den entsprechenden Umlaufswinkel $v = m.2\pi$ substitniert*):

$$r = \frac{a}{p-1}(p^{\frac{v}{2\pi}} - 1)$$

Diese Spirale hat zwar einige Eigenschaften mit der logarithmischen Spirale gemein, weicht aber doch wesentlich von ihr ab, wie sich namentlich daraus ergiebt, dass ihr Anfangspunkt mit dem Mittelpunkte zusammenfällt, dass sie für negative Werthe von v Anfangs eine Schleife bildet, und mit allen ferneren rückläufigen Windungen einer asymptotischen Grenze entgegen strebt, welche ein Kreis vom Halbmesser $\frac{a}{p-1}$ ist**). Auch geben sich ein paar sehr bedeutsame Unterschiede darin zu erkennen, dass die Radien und Diameter der Conchospirale keine geometrische Progression bilden, und dass der Tangentialwinkel (d. h. der Neigungswinkel der Tangente irgend eines Punktes gegen dessen Radius) nicht constant, sondern fortwährend veränderlich ist.

§. 2.

Einfache cyclocentrische Conchospirale.

Der vorstehenden Gleichung der Conchospirale liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass die Axe der Conchylie eine ideale Axe oder eine blosse mathematische Linie sei. Es lassen jedoch mehrere Beobachtungen vermuthen, dass dies keinesweges in allen Fällen statt finde, sondern dass die Axe gar häufig durch einen Cylinder oder Central-Nucleus von bestimmtem Durchmesser dargestellt werde. Dieser Durchmesser scheint zwar gewöhnlich sehr klein zu sein; er ist aber doch immer bedeutend genug, um keine gänzliche Vernachlässigung zu gestatten; viel-

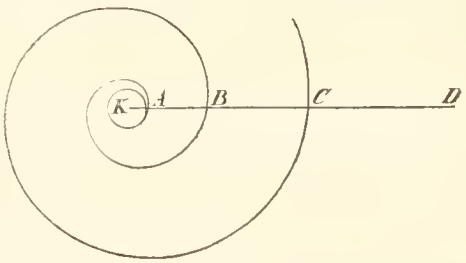
*) In der von der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft zur 200jährigen Geburtsfeier Leibnizens herausgegebenen Sammlung von Abhandlungen wurde S. 151 ff. die Theorie der Conchospirale ausführlich entwickelt. Die hier gegebene Gleichung ist wesentlich dieselbe, wie solche a. a. O. S. 158 steht; nur erfasst sie die Spirale unmittelbar von ihrem Mittelpunkte aus, so dass alle wirklichen Windungen auf positive Werthe von v zu beziehen sind.

**) Da der rückläufige, oder der durch negative Werthe von v bestimmte Zweig der Spirale gar keine Bedeutung für die Conchylien hat, so habe ich ihn auch in der erwähnten Abhandlung unberücksichtigt gelassen und mich damit begnügt, den Verlauf der Curve bis zu ihrem Mittelpunkte zu verfolgen.

mehr dürfte in manchen Fällen nur durch die Berücksichtigung desselben eine Ausgleichung der letzten, zwischen Rechnung und Messung noch hervortretenden Differenzen zu erwarten sein.

Da nun ausserdem bei Voraussetzung eines derartigen Central-Nucleus die Gleichung der Conchospirale in einer solchen Form hervortritt, dass sie bei einem gewissen Durchmesser des Nucleus unmittelbar in die logarithmische Spirale übergeht; da also hierin ein Fingerzeig gegeben zu sein scheint, auf welche Weise die verschiedenen Beobachtungen zu vereinigen sein möchten, von denen einige auf die logarithmische Spirale, andere auf die Conchospirale geführt haben; da endlich die Annahme eines Central-Nucleus mit der von mir in Vorschlag gebrachten Theorie der zusammengesetzten Spirale völlig übereinstimmt; so dürfte es der Mühe nicht unwerth erscheinen, die Conchospirale von diesem neuen Gesichtspunkte aus in Betrachtung zu ziehen.

Wollen wir uns nun, wie bisher, so auch gegenwärtig, darauf beschränken, das ganze Phänomen lediglich in seiner Horizontal-Projection zu studieren (weil an die Betrachtung des Windungskegels und aller übrigen Form-Verhältnisse doch jedenfalls erst nach Feststellung der Grundspirale zu denken ist), so werden wir die Projection des Central-Nucleus als einen Kreis vorzustellen haben, um welchen sich die Conchospirale gleichsam wie um ihr Fundament entwickelt, weshalb auch der Halbmesser dieses Kreises den eigentlichen Urhalbmesser oder Archiradius der Spirale bildet. Bezeichnen wir diesen Archiradius KA mit α und nehmen wir an, die in irgend einem Punkte der Kreisperipherie, z. B. in dem Punkte A, beginnende Spirale erreiche nach dem ersten Umlaufe den Windungsabstand $AB = a$, nach dem zweiten Umlaufe den



Windungsabstand $BC = ap$, nach dem dritten Umlaufe den Windungsabstand $CD = ap^2$, und allgemein nach dem m^{ten} Umlaufe den Windungsabstand ap^{m-1}, so wird der dem Ende des letzteren Umlaufes entsprechende Radius r durch die Summe aller vorherigen Windungs-

abstände, einschliesslich des Archiradius α, bestimmt sein. Dem Umlaufswinkel $v = m.2\pi$ entspricht also der Radius

$$r = \alpha + \frac{a}{p-1}(p^m - 1)$$

und irgend einem beliebigen Umlaufswinkel v entspricht der Radius

$$r = \alpha + \frac{a}{p-1}(p^{\frac{v}{2\pi}} - 1)$$

Dies ist die Gleichung der um den Axencylinder oder Central-Nucleus entwickelten Conchospirale. Man kann sie die cyclocentrische Gleichung der Curve nennen, weil deren positiver (hier allein in Rücksicht kommender) Zweig durch eine Kreislinie von dem innern centralen Theile getrennt wird, oder weil sich ihr Mittelpunkt gewissermassen zu einem Kreise ausgedehnt hat.

Setzt man nun in dieser Gleichung $\alpha = 0$, so gelangt man auf die oben S. 3 stehende Gleichung der gewöhnlichen Conchospirale; setzt man dagegen $\alpha = \frac{a}{p-1}$, so wird

$$r = \alpha p^{\frac{v}{2\pi}} = \frac{a}{p-1} p^{\frac{v}{2\pi}}$$

welches die Gleichung der logarithmischen Spirale ist. Diese letztere Spirale lässt sich daher nur als ein besonderer Fall der cyclocentrischen Conchospirale betrachten; wenn also die letztere überhaupt in der Welt der Conchylien eine wichtige Rolle spielt, so kann es uns gar nicht mehr befremden, dass gewisse Conchylien wirklich nach dem Gesetze der logarithmischen Spirale gewunden sind.

Die Bestimmung des Windungs-Quotienten p erfolgt am einfachsten und sichersten aus den gemessenen Windungsabständen oder auch aus den Differenzen der Diameter, und ist in dieser Hinsicht zu den Bemerkungen der §§. 3. und 5. der oben angeführten Abhandlung nichts hinzuzufügen, auf welche ich mich im Folgenden mehrfach beziehen werde.

§. 3.

Berechnung der Diameter, des Parameters und des Tangentialwinkels.

Die Diameter der cyclocentrischen Conchospirale erfordern dagegen eine neue Bestimmung. Aus der Gleichung

$$r = \alpha + \frac{a}{p-1}(p^m - 1)$$

folgt für den nächst grössern semissodistanten Radius:

$$r' = \alpha + \frac{a}{p-1}(p^m p^{\frac{1}{2}} - 1)$$

Die Summe dieser beiden Radien ist derjenige Diameter D, welcher dem Umlaufswinkel $v = (m + \frac{1}{2})\,2\pi$ zukommt. Also wird

$$D = r' + r = 2\alpha + \frac{a}{p-1}\left[p^m\,(p^{\frac{1}{2}} + 1) - 2\right]$$

Aus irgend einem gemessenen Diameter D folgen aber rückwärts die beiden ihn zusammensetzenden Radien:

$$r = \frac{D(p^{\frac{1}{2}} + 1) - a + \alpha(p-1)}{(p^{\frac{1}{2}} + 1)^2}$$

$$r' = \frac{D(p^{\frac{1}{2}} + 1)\,p^{\frac{1}{2}} + a - \alpha(p-1)}{(p^{\frac{1}{2}} + 1)^2}$$

welche Ausdrücke für $\alpha = 0$ auf die a. a. O. §. 4. stehenden Werthe und für $\alpha = \frac{a}{p-1}$ auf die in Poggendorffs Annalen Bd. 51. S. 250 mitgetheilten Werthe zurückkommen.

Die Bestimmung des Parameters a ist in der cyclocentrischen Conchospirale mit abhängig von dem Archiradius α, dessen Kenntniss in allen Fällen nur durch unmittelbare Messung erlangt werden kann. Aus irgend zwei $x$todistanten Diametern D und D' folgt:

$$a = \frac{(p-1)\left[(D' - p^x D) + 2\alpha(p^x - 1)\right]}{2\,(p^x - 1)}$$

folglich aus zwei singulodistanten Diametern:

$$a = \tfrac{1}{2}\,(D' - pD) + \alpha(p-1)$$

welche Werthe für $\alpha = 0$ auf die a. a. O. §. 6. stehenden Werthe zurückkommen, für $\alpha = \frac{a}{p-1}$ dagegen auf das Ergebniss führen, dass a gar nicht aus den Diametern berechnet werden kann, weil dann die Spirale eine logarithmische ist.

Die Berechnung des Umlaufswinkels v oder $m.2\pi$ erfolgt aus dem zugehörigen Windungsabstande h, wie a. a. O. §. 7. Für irgend einen Umlaufswinkel $v = m.2\pi$ ist nämlich der entsprechende Windungsabstand $h = ap^{m-1}$; folglich wird

$$m = \frac{v}{2\pi} = 1 + \frac{\log h - \log a}{\log p}$$

Man kann also für jeden Punkt, dessen Windungsabstand gemessen wurde, seinen Umlaufswinkel oder die Anzahl der bis dahin vollendeten Windungen berechnen, sobald p und a bekannt sind.

Der Tangentialwinkel φ der cyclocentrischen Conchospirale bestimmt sich aus der Gleichung derselben durch:

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{2\pi\left[\alpha(p-1) + a\,(p^{\frac{v}{2\pi}} - 1)\right]}{a p^{\frac{v}{2\pi}} \log p}$$

in welchem Ausdrucke unter $\log p$ der natürliche Logarithmus zu verstehen ist. Dies giebt für $\alpha = 0$

$$\text{tang } \varphi = \frac{2\pi\,(p^{\frac{v}{2\pi}} - 1)}{p^{\frac{v}{2\pi}} \log p}$$

wie a, a. O. S. 163, dagegen für $\alpha = \frac{a}{p-1}$

$$\text{tang } \varphi = \frac{2\pi}{\log p}$$

welcher Werth die logarithmische Spirale charakterisiert. Setzen wir $v = 0$, so wird in der cyclocentrischen Conchospirale:

$$\text{tang } \varphi = \frac{\alpha\,(p-1)\,2\pi}{a \log p}$$

Dies ist also die Tangente desjenigen Winkels, mit welchem die Spirale beginnt; setzen wir endlich $v = \infty$, so wird

$$\text{tang } \varphi = \frac{2\pi}{\log p}$$

wodurch derjenige Tangentialwinkel bestimmt wird, welchem die Spirale entgegen strebt, ohne ihn doch jemals zu erreichen.

§. 4.

Zusammengesetzte cyclocentrische Conchospirale.

Die Theorie der zusammengesetzten Conchospirale bleibt ziemlich unverändert, wenn wir sie cyclocentrisch ausgebildet denken; ja, sie ist wesentlich nichts Anderes, als eine Wiederholung der Theorie der einfachen cyclocentrischen Spirale. Indem wir nämlich die a. a. O. S. 165 angenommene Vorstellung zu Grunde legen, dass sich die äussere Spirale um einen Kreis entwickele, dessen Halbmesser der letzte Radius $R = \alpha'$ der innern Spirale ist, so wird die äussere Spirale offenbar als eine cyclocentrische Spirale vom Archiradius α' eingeführt. Der Parameter derselben, d. h. der Windungsabstand ihres ersten Umlaufes, wird durch das Product aus dem letzten Windungsabstande ap^{m-1} der innern Spirale in den neuen Windungs-Quotienten q bestimmt. Bezeichnen wir also dieses Product mit a', so wird die Gleichung der äussern Spirale:

$$r = \alpha' + \frac{a'}{q-1}(q^n - 1)$$

ganz analog der Gleichung

$$r = \alpha + \frac{a}{p-1}(p^m - 1)$$

welche der innern Spirale zukommt.

Schreiben wir in dieser letztern Gleichung u statt m, um denjenigen Umlaufswinkel zu bezeichnen, bei welchem die innere Spirale zu Ende geht, so wird der diesem Winkel entsprechende Werth von r der Archiradius α' der äussern Spirale, und folglich die Gleichung der letztern:

$$r = \alpha + \frac{a}{p-1}(p^u - 1) + \frac{a'}{q-1}(q^n - 1)$$

in welcher a' den Werth aqp^{u-1} hat.

Die weiteren Betrachtungen sind nun wesentlich dieselben, wie a. a. O. §. 10. bis §. 14., nur ist überall das dortige R um α zu vergrössern.

Die ebendaselbst in den §§. 15. und 16. gegebene Bestimmung von a und u aus irgend zweien Diametern der äussern Spirale ändert sich jedoch dahin, dass

$$a = \frac{(p-1)(q-1)[Dq^x - D' - 2\alpha(q^x - 1)]}{2(q^x - 1)[(q-p)p^{u-1} - q + 1]} = N$$

gefunden wird, wodurch denn natürlich auch der Werth von u eine angemessene Veränderung erfährt.

§. 5.

Berechnung für den Fall, da die innere Spirale eine logarithmische ist.

Nachdem wir nun die wichtigsten Sätze in Betreff sowohl der einfachen als auch der zusammengesetzten cyclocentrischen Conchospirale kennen gelernt haben, müssen wir noch einen besondern Fall der zusammengesetzten Spirale in Betrachtung ziehen, welchen ich an einer unserer gewöhnlichen Süsswasserschnecken beobachtet habe, von dem aber wohl zu vermuthen ist, dass er in der Natur häufig vorkommen wird. Es ist dies nämlich derjenige Fall, da die innere Spirale eine logarithmische ist, während die äussere Spirale als eine gewöhnliche cyclocentrische Conchospirale auftritt. Weil nun in diesem Falle $a = \alpha(p-1)$ wird, so ergiebt sich aus dem zuletzt angegebenen Werthe von a:

$$\alpha(p-1) = N$$

und, nach den erforderlichen Umstellungen,

$$\alpha = \frac{(Dq^x - D')(q-1)}{2(q^x - 1)(q-p)p^{u-1}}$$

folglich

$$p^{u-1} = \frac{(Dq^x - D')(q-1)}{2\alpha(q^x - 1)(q-p)}$$

wenn $q > p$ ist, oder

$$p^{u-1} = \frac{(D' - q^x D)(q-1)}{2\alpha(q^x - 1)(p-q)}$$

wenn $q < p$ ist. In dem letztern Falle wird also

$$p^u = \frac{Mp}{\alpha\,(p-q)} = L$$

wenn wir der Kürze wegen die Grösse

$$\frac{(D' - q^x D)\,(q-1)}{2\,(q^x-1)}$$

mit M bezeichnen. Hieraus folgt endlich die den grössten Umlaufswinkel $u.2\pi$ der innern Spirale bestimmende Zahl

$$u = \frac{\log L}{\log p}$$

Hat man diesen Grenzwinkel beider Spiralen auf solche Weise gefunden, so ergiebt sich sofort der Archiradius α' der äussern Spirale:

$$\alpha' = \alpha p^u$$

und der letzte Windungsabstand der innern Spirale:

$$H = \alpha p^{u-1} = \frac{\alpha'(p-1)}{p}$$

Da nun für irgend einen Punkt der äussern Spirale der zugehörige Windungsabstand

$$h = \alpha q^n p^{u-1} = \frac{\alpha'(p-1)\,q^n}{p} = Hq^n$$

ist, so berechnet sich der entsprechende Umlaufswinkel $n.2\pi$ durch

$$n = \frac{\log \frac{h}{H}}{\log q}$$

aus welchem endlich der Radius desselben Punktes nach der Gleichung

$$r = \alpha' + \frac{\alpha q p^{u-1}}{q-1}\,(q^n - 1)$$

und, durch Addition je zweier semissodistanter Radien, ein jeder Diameter der äussern Spirale berechnet werden kann. Diese Berechnung der Diameter und die Vergleichung der berechneten mit den beobachteten Werthen dürfte als ein vorzüglicher Prüfstein der Theorie zu betrachten sein.

II. Anwendung auf die Schale von Planorbis corneus.

§. 6.

Beschaffenheit der Schale dieser Conchylie.

Ohne zu ahnen, dass mich diese Schnecke auf die Theorie der cyclocentrischen Conchospirale führen würde, hatte ich sie deshalb zum Gegenstande meiner Untersuchungen gewählt, weil die Süsswasserconchylien überhaupt, wegen ihrer dünnern Schale, häufigeren und bedeutenderen Störungen unterliegen dürften, als die dickschaligeren Meeresconchylien, und daher vorzüglich geeignet scheinen, eine jede Theorie die Probe

bestehen zu lassen, ob sie ihre Gesetze auch noch bei bedeutenden Perturbationen geltend zu machen vermag.

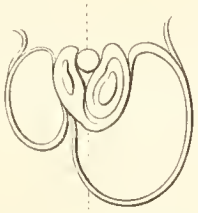
Die Species Planorbis corneus ist bekanntlich eine der grössten ihres Geschlechtes und theilt mit mehreren anderen Species jene Eigenthümlichkeit der Formbildung, welche uns einigermassen in Zweifel darüber lässt, ob die Schale als rechts oder als links gewunden zu betrachten ist *). Die scharf ausgeprägte und fast in einer Ebene liegende Windungsnaht der obern Seite schien mir bei dem ersten Anblicke ganz geeignet zu sein, um wenigstens ihre Windungs-Quotienten zu bestimmen. Allein mehrere zu diesem Ende angestellte Messungen überzeugten mich, dass diese Windungsnaht kein bestimmtes, oder doch wenigstens kein sehr einfaches Gesetz befolge. Eingedenk der weit grössern Bedeutung des Windungsrückens gerieth ich daher auf den Gedanken, mir von einigen Exemplaren möglichst centrale Querschnitte durch Schleifung herzustellen, um an ihnen, auf ähnliche Weise wie an den Ammoniten, die Windungspuncte der Rückenspirale zu messen. Der Erfolg entsprach meinen Erwartungen vollkommen; denn während ich in der Nahtspirale vergebens ein Gesetz gesucht hatte, so liess mich die Rückenspirale ein sehr bestimmtes und in allen Exemplaren übereinstimmendes Gesetz erkennen.

Die Sprödigkeit und leichte Zerbrechlichkeit der Schale von Planorbis corneus macht die Durchschleifung derselben etwas mühsam, und es gelingt nicht immer, einen hinreichend centralen und zugleich ganz unbeschädigten Querschnitt herzustellen; besonders springen die innersten, zunächst um die Axe gelegenen Theile leicht aus. Ich habe mir nun solche Querschnitte an drei Exemplaren geschliffen, von welchen Nr. I. fast völlig central gerathen und nur in einer der inneren Windungen etwas verbrochen ist. Das Exemplar Nr. II. ist ebenfalls in einer innern Windung beschädigt, hat auch das Ende seiner äussersten Windung verloren, jedoch den centralen Theil erhalten. An dem Exemplare Nr. III. dagegen ist dieser centrale Theil völlig ausgesprungen. Um übrigens die gefundenen Resultate noch auf eine andere Weise zu controlieren, habe ich ein viertes Exemplar parallel seiner Windungsfläche so weit durchschliffen, dass der Windungsrücken von fast viertehalb Windungen sichtbar geworden ist.

*) Die Querschnitte der Schale scheinen allerdings die Ansicht von Cuvier zu bestätigen, dass wir es mit einer links gewundenen Schnecke zu thun haben.

In den beiden vollständigen Querschnitten Nr. I. und II. sieht man nun deutlich, dass der innerste Theil der Windungen, etwas über einen Umlauf hinaus, fast gänzlich mit Kalkmasse ausgefüllt ist. Wir müssen daher schliessen, dass sich das Thier in den späteren Stadien seines Wachsthums aus diesem centralen Theile der Schale allmählig zurückgezogen habe. Zwar kann man noch sehr deutlich im Querschnitte zwei Zellen erkennen, welche eine den folgenden Windungsöffnungen analoge Form und Lage besitzen; aber diese Zellen sind mit einer hellgrauen Masse ausgefüllt, und ihre starken und dunkelbraunen Wände contrastieren auffallend gegen die zarten und weissen Wände der nächsten Windungen.

Ausserdem entdeckt man noch ganz oben, unmittelbar unter dem auf der Oberfläche des Gewindes sichtbaren Windungsknöpfchen einen rundlichen, ebenfalls ausgefüllten Kern, welcher genau in der Axe der Schale liegt und gleichsam den Grundstein des ganzen Gebäudes bildet. Dieser Kern, an welchen sich die innerste Windung unmittelbar anschmiegt, scheint nun wirklich ein besonderer Theil zu sein, dessen Ausbildung vielleicht in eine andere Entwickelungsperiode des Thieres gehört, als die Ausbildung der eigentlichen Schale *). Die beistehende Figur giebt das vergrösserte Bild vom centralen Theile des Querschnittes Nr. I., in welchem sich der Central-Nucleus besonders deutlich als ein völlig geschlossener Körper darstellt.



Stark vergrösserter centraler Theil eines Querschnittes von Planorbis corneus.

*) Allerdings liesse sich einwenden, dass dieser Kern nur der allerinnerste und einseitig geschlossene Theil der ersten Windung sei, und dass überhaupt der Central-Nucleus als solcher gar nicht realiter existiere, sondern bloss als eine ideelle, die Entwickelung der Schale regulierende Kreislinie oder Cylinderfläche vorgestellt werden müsse; etwa so, wie der Kreis bei der Bildung einer Diplospirale. Für die Rechnung ist es im Allgemeinen gleichgültig, wie sich die Sache verhält; allein die Messung von α würde dann unsicher werden, weil der Durchmesser der innersten Windungshälfte nur sehr ungefähr den Durchmesser jenes ideellen Centralkreises repräsentiert und stets grösser als derselbe sein muss.

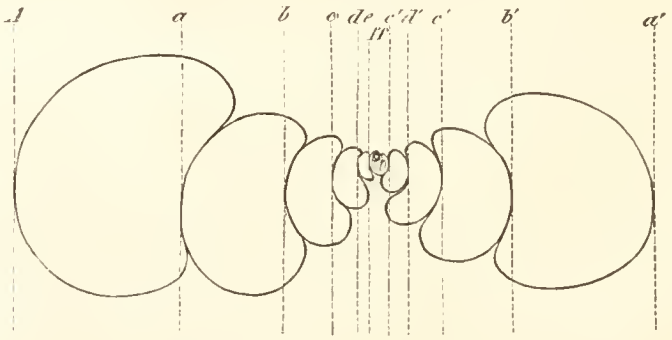
Da es also scheint, dass die Schale von Planorbis corneus wirklich um einen Central-Nucleus zur Entwickelung gelangt sei, so wollen wir dieses Ergebniss zuvörderst bei der Berechnung des Querschnittes Nr. I. zu Grunde legen.

A. Messung und Berechnung des Exemplars Nr. I.

§. 7.

Beobachtungs-Elemente und nächste Folgerungen.

Das Exemplar wurde auf der Scheibe des Conchyliometers dergestalt aufgestellt, dass die Axe der Conchylie möglichst rechtwinkelig gegen den Millimeter-Massstab lag; indem nun das gehörig eingestellte Mikroskop über die Schnittfläche fortbewegt wurde, so deckte der auf demselben Massstabe rechtwinkelige Faden des Fadenkreuzes nach und nach alle äussersten Punkte des Windungsrückens, deren radiale Abstände auf diese Weise bestimmt wurden. Die Ablesung erfolgte allemal, wenn derselbe Rand des Fadens den innern Rand der Schale erreicht hatte. Da der Windungsrücken bei dem Punkte *c* etwas ausgebrochen war, und folglich dieser Punkt jedenfalls etwas zu nahe nach der Axe der Conchylie beobachtet wurde, so ist sein beobachteter Abstand von dem Punkte *d* um 0,1 *mm.* vergrössert worden.



Querschnitt von Planorbis corneus, $2\frac{1}{2}$ Mal vergrössert.

Die auf diese Weise gefundenen Beobachtungs-Elemente sind nun folgende:

Windungsabstände		Diameter	
Aa	$= 9{,}65\,mm.$	$a'a$	$= 26{,}30\,mm.$
ab	$= 5{,}90$,,	ab'	$= 18{,}40$,,
bc	$= 2{,}90$,,	$b'b$	$= 12{,}50$,,
cd	$= 1{,}30$,,	bc'	$= 8{,}45$,,
de	$= 0{,}60$,,	$c'c$	$= 5{,}55$,,
ef	$= 0{,}20$,,	cd'	$= 3{,}60$,,
ff'	$= 0{,}25$,,	$d'd$	$= 2{,}30$,,
$e'f'$	$= 0{,}30$,.	de'	$= 1{,}35$,,
$d'c'$	$= 0{,}95$,,	$e'e$	$= 0{,}75$,,
$c'd'$	$= 1{,}95$,,	ef'	$= 0{,}45$,,
$b'c'$	$= 4{,}05$,,	$f'f$	$= 0{,}25$,,
$a'b'$	$= 7{,}90$,,		

Von diesen Elementen haben wir $f'f$ als den äussern Durchmesser des Central-Nucleus zu betrachten.

Man sieht nun sogleich, dass die Windungsabstände von a' bis d' und von a bis c ganz entschieden auf den Werth $q = 2$ verweisen; dagegen muss bei d eine Störung statt gefunden haben, durch welche die Abstände cd und de einen etwas anomalen Werth erhalten. Der grösste Windungsabstand Aa endlich weicht so bedeutend von dem Werthe 11,8 ab, welcher für ihn unter Voraussetzung desselben Quotienten folgen würde, dass wir uns zu der Annahme genöthigt sehen, die Schale sei in ihrer letzten halben Windung auf einen kleinern Quotienten übergegangen, dessen Werth sich aus ab und Aa zu $\frac{5}{3}$ bestimmen dürfte. Dieses Verhältniss scheint sich übrigens im Allgemeinen für alle ausgewachsenen Exemplare von Planorbis corneus zu bestätigen.

Daher wird auch der Diameter Aa' bei den folgenden Betrachtungen zu vernachlässigen sein. Berechnet man nämlich aus den Diametern $a'a$ bis cd' den Windungs-Quotienten, so erhält man ebenfalls sehr übereinstimmend den Werth $q = 2$. Es kann also dieser Werth als der Normalwerth für die Mehrzahl der äusseren Windungen betrachtet werden.

Dagegen ist es sehr auffallend, dass die innersten Windungen bis zu dem Punkte d' ein abweichendes Gesetz befolgen. Die wenigen Windungsabstände verweisen nämlich auf den Quotienten $p = 3$, und dasselbe Resultat geben die betreffenden Diameter. Noch merkwürdiger aber ist es, dass diese inneren Diameter eine geometrische Pro-

gression nach derselben Zahl 3 bilden. Dieses Verhältniss beweist, dass der innerste Theil der Schale nach einer logarithmischen Spirale gewunden ist. Da nun aber der äussere Theil der Schale auf eine Conchospirale verweist, so sind wir für die ganze Schale überhaupt zu der Annahme einer zusammengesetzten cyclocentrischen Conchospirale genöthigt, deren innerer Theil als logarithmische Spirale, d. h. um einen Central-Nucleus ausgebildet ist, für welchen sich $\alpha = \frac{a}{p-1}$ bestimmt.

§. 8.

Berechnung der innern Spirale.

Der Durchmesser 2α des Central-Nucleus wurde approximativ zu $0{,}25\,mm.$ bestimmt, und dies würde denn auch in gegenwärtigem Falle der Werth des Parameters a sein. Demnach sind die Elemente der innern Spirale:

$$p = 3$$
$$\alpha = 0{,}125\,mm.$$
$$a = 0{,}25\,mm.$$

Wir wollen nun zuvörderst aus diesen Elementen und aus den gemessenen Windungsabständen h der Punkte d', e' u. s. w. die Umlaufswinkel derselben nach der Formel

$$v = 2\pi\left(1 + \frac{\log h - \log a}{\log p}\right)$$

berechnen; die Rechnung ergiebt:

für d', $v = 2{,}215.2\pi$
„ e', $v = 1{,}166.2\pi$
„ d, $v = 1{,}797.2\pi$
„ e, $v = 0{,}797.2\pi$

Aus diesen vier Winkeln folgt als corrigierter mittlerer Werth für d' $v = 2{,}27.2\pi$, und daher die Reihe der corrigierten Winkel:

für d', $v = 2{,}27.2\pi$
„ e', $v = 1{,}27.2\pi$
„ d, $v = 1{,}77.2\pi$
„ e, $v = 0{,}77.2\pi$

Berechnen wir nun aus diesen corrigierten Winkeln rückwärts die Radien der Punkte d', e' u. s. w. nach der Gleichung

$$r = \alpha p^{\frac{v}{2\pi}}$$

so erhalten wir die nachstehenden Werthe:

für d', $r = 1{,}513\ mm.$	für d, $r = 0{,}874\ mm.$
„ e', $r = 0{,}504$	„ e, $r = 0.291$
„ f', $r = 0{,}168$	„ f, $r = 0{,}097$

Hieraus ergeben sich folgende berechnete Werthe der Windungsabstände und Diameter, welchen zur Vergleichung die beobachteten Werthe beigesetzt sind.

Diameter	berechnet	beobachtet
$d'd$	2,387	2,30
de'	1,378	1,35
$e'e$	0,795	0,75
ef'	0,459	0,45
$f'f$	0,265	0,25

Windungsabstände	berechnet	beobachtet
$d'e'$	1,009	0,95
$e'f'$	0,336	0,30
ef	0,194	0,20
de	0,583	0,60

Die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ist so genügend, als sie der Natur der Sache nach erwartet werden kann. Da jedoch alle Diameter etwas zu gross berechnet worden sind, so ist dies wohl ein Beweis, dass der Umlaufswinkel $2{,}27.2\pi$ für d' noch etwas zu gross sei; wahrscheinlich dürfte der aus den beiden für d und e' gefundenen Winkeln folgende Mittelwerth $2{,}23.2\pi$ dem wahren Werthe sehr nahe kommen. Dass übrigens $f'f$ in diesen Rechnungen nicht den Diameter des Central-Nucleus bedeutet, versteht sich von selbst; denn der berechnete Punkt f gehört ja schon dem negativen Zweige der Spirale, welcher in der Schale gar nicht existiert.

§. 9.

Berechnung der äussern Spirale.

Nachdem solchergestalt die Ansicht von der Natur der innersten Spirale und die Elemente derselben hinreichend gerechtfertigt worden sind, verschreiten wir zur Betrachtung der äussern Spirale, von welcher wir bereits wissen, dass solche nach dem Quotienten $q = 2$ gewunden ist. Da uns nun auch die Werthe von α und p bekannt sind, so

stellt sich als nächstes Problem die Berechnung des Grenzwinkels $u.2\pi$ beider Spiralen heraus, welche in gegenwärtigem Falle nach den Formeln

$$p^u = \frac{Mp}{\alpha\,(p-q)} = L$$

und

$$u = \frac{\log L}{\log p}$$

in §. 5. auszuführen sein wird.

Nach dem Vorhergehenden war:

$$\alpha = 0{,}125\,mm.,\ p = 3 \text{ und } q = 2;$$

Der mittlere Werth von M bestimmt sich nun durch sechs, aus den duplodistanten und singulodistanten äusseren Diametern (von $a'a$ bis zu cd') berechneten Einzelwerthen fast genau zu $0{,}68\,mm$; daraus folgt:

$$u = 2{,}542$$

Die Conchylie geht also nach etwas mehr als drittehalb Windungen von der innern auf die äussere Spirale über. Ferner ergiebt sich der constante Radius des Kreises, um welchen wir uns die zweite Spirale entwickelt denken, oder der Archiradius dieser Spirale:

$$\alpha' = 2{,}04\,mm.$$

und der letzte Windungsabstand der innern Spirale:

$$H = 1{,}36\,mm.$$

Wir wollen nun die Umlaufswinkel $n.2\pi$ der äussern Spirale von ihrem Anfangspunkte aus berechnen, indem wir successiv die gemessenen Windungsabstände $h = a'b'$, $h = ab$ u. s. w. zu Grunde legen, wobei wir jedoch von den beiden Abständen $c'd'$ und cd abstrahieren, weil solche der Uebergangswindung angehören. Wir finden so:

für a', $n = 2{,}538$	für a, $n = 2{,}117$
„ b', $n = 1{,}574$	„ b, $n = 1{,}092$

Diese vier Werthe führen für a' auf den corrigierten Mittelwerth 2,58, und folglich überhaupt auf die berichtigten Umlaufswinkel:

für a', $x = 2{,}58.2\pi$	für a, $x = 2{,}08.2\pi$
„ b', $= 1{,}58$	„ b, $= 1{,}08$
„ c', $= 0{,}58$	„ c, $= 0{,}08$

Die Radien dieser Punkte berechnen sich nun aus den so eben gefundenen Umlaufswinkeln, nach der zu Ende von §. 5. stehenden Gleichung der äussern Spirale, wie folgt:

für a', $r = 15{,}590\,mm.$	für a, $r = 10{,}820$
„ b', $= 7{,}451$	„ b, $= 5{,}070$
„ c', $= 3{,}386$	„ c, $= 2{,}195$

Addieren wir nun je zwei semissodistante Radien, so erhalten wir endlich die Diameter der äussern Spirale mit folgenden berechneten Werthen, welchen zur Vergleichung die gemessenen Werthe beigesetzt sind:

Diameter	berechnet	gemessen
$a'a$	26,410	26,30
ab'	18,271	18,40
$b'b$	12,521	12,50
bc'	8,456	8,45
$c'c$	5,581	5,55

Endlich folgen durch Subtraction der Radien (unter Zuziehung der in §. 8. gefundenen Radien für d' und d) die berechneten äusseren Windungsabstände:

Windungsabstände	berechnet	gemessen
$a'b'$	8,139	7,90
$b'c'$	4,065	4,05
$c'd'$	1,873	1,95
cd	1,321	1,30
bc	2,875	2,90
ab	5,750	5,90

Die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ist in der That so genügend, als es sich nur erwarten lässt; eine vollkommene Uebereinstimmung wird ohnedies niemals statt finden können, weil Störungen und Beobachtungsfehler mehr oder weniger ihren Einfluss auf die Beobachtungs-Elemente ausüben werden.

§. 10.

Anderweite Berechnung der innern Spirale.

Wir können nun auch rückwärts aus dem in §. 9. gefundenen Grenzwinkel beider Spiralen und aus dem Umlaufswinkel des Punktes c die Radien und Diameter der innern Spirale berechnen. Weil nämlich der Punkt c um $0{,}08.2\pi$ vom Anfangspunkte der äussern Spirale, dieser letztere Punkt aber um $2{,}542.2\pi$ vom Anfangspunkte der innern Spirale gelegen ist, so wird der ganze Umlaufswinkel des Punktes c $= 2{,}622.2\pi$ sein. Da nun der Punkt d' der nächst innere semissodistante Punkt ist, so würde dessen Umlaufswinkel $2{,}122.2\pi$ betragen müssen, während er doch oben in §. 8. zu $2{,}27.2\pi$ berechnet wurde.

Es wurde schon dort die Vermuthung ausgesprochen, dass der Werth $2,27.2\pi$ etwas zu gross sein dürfte; es ist aber noch viel gewisser, dass der Werth $2,122.2\pi$ zu klein sei; denn berechnen wir abermals aus ihm, nach der Gleichung $r = \alpha p^m$, die Radien und Diameter der innern Spirale, so erhalten wir folgende Resultate:

Diameter	berechnet	gemessen
$d'd$	2,029	2,30
de'	1,172	1,35
$e'e$	0,677	0,75
ef'	0,391	0,45

Die Differenzen zwischen Rechnung und Messung sind hier offenbar so gross, dass an der unrichtigen und zwar zu kleinen Bestimmung des Umlaufswinkels von d' gar nicht gezweifelt werden kann. Daraus ergiebt sich aber wiederum, dass entweder der Grenzwinkel u, oder der Umlaufswinkel von c, oder auch der Archiradius α nicht ganz richtig bestimmt worden sein kann. Die Fehler werden zuletzt immer in der Unvollkommenheit der eigentlichen Beobachtungs-Elemente begründet sein, und ich glaube nicht, dass die so eben erörterte Differenz irgend einen Zweifel gegen die Theorie hervorrufen kann. Denn kleine Messungsfehler und unbedeutende Störungen des gesetzmässigen Baues, von welchen ja die ersteren nie gänzlich zu vermeiden, die letzteren aber gerade bei Planorbis corneus durch die Messungen selbst angezeigt sind, werden in der Regel nur eine approximative Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung erreichen lassen.

B. Messung und Berechnung des Exemplars Nr. II.

§. 11.

Beobachtungs-Elemente und nächste Folgerungen.

Da der grössere Theil der letzten Windung an diesem Exemplare abgebrochen war, so fehlt auch derjenige Beobachtungspunkt, welcher uns bei dem Exemplare Nr. I. auf die Existenz einer dritten (äussersten) Spirale verwies. Ausserdem aber führte die Messung auf folgende Beobachtungs-Elemente:

Windungsabstände		Diameter	
$a'b'$	= 7,60 *mm.*	$a'a$	= 25,05 *mm.*
$b'c'$	= 3,95 „	ab'	= 17,45 „
$c'd'$	= 1,90 „	$b'b$	= 12,05 „
$d'e'$	= 0,80 „	bc'	= 8,10 „
$e'f'$	= 0,25 „	$c'c$	= 5,30 „
$f'f$	= 0,25 „	cd'	= 3,40 „
ef	= 0,20 „	$d'd$	= 2,05 „
de	= 0,55 „	de'	= 1,25 „
cd	= 1,35 „	$e'e$	= 0,70 „
bc	= 2,80 „	ef'	= 0,45 „
ab	= 5,40 „	$f'f$	= 0,25 „

Der centrale Theil der ganzen Schale, welchen wir als den Repräsentanten des Central-Nucleus zu betrachten haben, besitzt also auch in diesem Exemplare ungefähr den Durchmesser von 0,25 *mm.*

Die zunächst angrenzenden innersten Windungsabstände bis zu den Punkten d und d' lassen nicht wohl einen andern Quotienten annehmen, als $p = 3$, womit auch die aus den entsprechenden Diametern abzuleitenden Werthe übereinstimmen. Auch sieht man, dass diese Diameter selbst eine geometrische Progression nach demselben Quotienten bilden, daher denn der innere Theil der Conchylie abermals nach einer logarithmischen Spirale vom Quotienten 3 gewunden ist.

Dagegen ist es ersichtlich, dass die äusseren drei Windungen bis zu den Punkten d' und d nach einem andern Quotienten q gebildet sein müssen, welcher sich sowohl aus den Windungsabständen als aus den Diametern zu $q = 2$ bestimmt.

So weit also die Schale des Exemplars Nr. II. noch erhalten ist, giebt sie uns wesentlich dieselben Resultate, wie jene des Exemplars Nr. I.; d. h. ihre innersten Windungen sind um einen Central-Nucleus vom Archiradius $a = 0{,}125$ *mm.* nach einer logarithmischen Spirale vom Quotienten 3, ihre äusseren Windungen dagegen nach einer cyclocentrischen Conchospirale vom Quotienten 2 gewunden.

§. 12.

Berechnung beider Spiralen.

Aus den duplodistanten und singulodistanten Diametern der äussern Spirale erhalten wir zuvörderst für M den Mittelwerth 0,655 *mm.*, und aus diesem $u = 2{,}508$

Nach drittehalb Windungen vollendet sich also das Gesetz der innern Spirale; weiter ergiebt sich:

$$a' = 1{,}967\ mm.$$
$$H = 4{,}311\ mm.$$

wodurch die Umlaufswinkel $n.2\pi$ der vier Punkte a', b', a und b gefunden werden, wie folgt:

für a', $n = 2{,}535$	für a, $n = 2{,}042$
für b', $n = 1{,}591$	für b, $n = 1{,}095$

Diese Werthe führen für a' auf den corrigierten Mittelwerth $n = 2{,}566$, und daher auf die berichtigten Umlaufswinkel:

für a', $x = 2{,}566.2\pi$	für a, $x = 2{,}066.2\pi$
„ b', $= 1{,}566$	„ b, $= 1{,}066$
„ c', $= 0{,}566$	„ c, $= 0{,}066$

Berechnen wir nun aus diesen Umlaufswinkeln nach der zu Ende von §. 5. stehenden Gleichung die Radien der Punkte a', b' u. s. w., so wie die Diameter und Windungsabstände derselben*), so erhalten wir folgende Werthe:

für a', $r = 14{,}867\ mm.$	für a, $r = 10{,}323$
„ b', $= 7{,}109$	„ b, $= 4{,}833$
„ c', $= 3{,}228$	„ c, $= 2{,}090$

Diameter	berechnet	gemessen
$a'a$	25,190	25,05
ab'	17,432	17,45
$b'b$	11,942	12,05
bc'	8,061	8,10
$c'c$	5,318	5,30

Windungsabstände	berechnet	gemessen
$a'b'$	7,758	7,60
$b'c'$	3,881	3,95
$c'd'$	1,873	1,90
cd	1,321	1,35
bc	2,743	2,80
ab	5,490	5,40

*) Bei den Windungsabständen ist auf die weiter unten berechneten Radien von d' und d sogleich mit Rücksicht genommen worden.

Die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung ist wiederum so gross, dass die Richtigkeit der erstern erwiesen sein dürfte. Dabei verdient es hervorgehoben zu werden, dass diese Uebereinstimmung hier, eben so wie in §. 9., für die Diameter weit auffallender hervortritt, als für die Radien. Es mag dies wohl seinen Grund darin haben, dass das Thier die an einzelnen Stellen jeder Windung vorkommenden Anomalieen der Schalenbildung im Laufe der ganzen Windung auszugleichen strebt, so dass sich je zwei gegenüberliegende Windungspunkte in dieser Hinsicht gewissermassen compensieren.

Da die innere Spirale bei $2{,}508.2\pi$ aufhört, und der Punkt e um $0{,}066.2\pi$ weiter liegt, so entspricht diesem Punkte vom Anfangspunkte der Conchylie an der ganze Umlaufswinkel $2{,}574.2\pi$, folglich dem Punkte d' der Winkel $2{,}074.2\pi$, dem Punkte d der Winkel $1{,}574$ u. s. w. Hieraus berechnen sich nach der Gleichung $r = \alpha p^m$ die Radien der innern Spirale:

für d', $r = 1{,}220\ mm.$	für d, $r = 0{,}705$
„ e', $= 0{,}407$	„ e, $= 0{,}235$
„ f', $= 0{,}136$	

und endlich die Diameter und Windungsabstände derselben, wie folgt:

Diameter	berechnet	gemessen
$d'd$	1,925	2,05
de'	1,112	1,25
$e'e$	0,642	0,70
ef'	0,371	0,45
Windungsabstände	**berechnet**	**gemessen**
$d'e'$	0,813	0,80
$e'f'$	0,271	0,25
de	0,470	0,55

Auch diese Resultate stimmen hinreichend überein, wenn man bedenkt, dass die Messungen nur bis auf $\pm 0{,}05\ mm.$ genau sind, und dass die Schale ziemlich bedeutende Störungen des Bildungsgesetzes zeigt.

C. Messung und Berechnung des Exemplars Nr. III.

§. 13.

Beobachtungs-Elemente und nächste Folgerungen.

Da an diesem Exemplare der centrale Theil ausgesprungen war, so gestattete solches fast nur eine Untersuchung der Verhältnisse der

äussern Spirale. Es liessen sich jederseits vier Windungspunkte bestimmen, und die Messung ergab folgende Elemente:

Windungsabstände		Diameter	
$a'b'$	$= 9{,}05\ mm.$	ab'	$= 22{,}90\ mm.$
$b'c'$	$= 5{,}25$ „	$b'b$	$= 16{,}05$ „
$c'd'$	$= 2{,}50$ „	bc'	$= 10{,}80$ „
cd	$= 1{,}85$ „	$c'c$	$= 7{,}25$ „
bc	$= 3{,}55$ „	cd'	$= 4{,}75$ „
ab	$= 6{,}85$ „	$d'd$	$= 2{,}90$ „

Die Windungsabstände, mit Ausnahme des letzten Abstandes $a'b'$, führen auf den Quotienten $q = 2$, welche Zahl noch weit genauer aus den Differenzen der Diameter folgt. Nur der äusserste Theil der letzten Windung strebt einem kleinern Quotienten entgegen, wie das Verhältniss von $b'c' : a'b'$ lehrt, weshalb denn auch der Diameter $a'a$ ausser Acht gelassen worden ist. Es bestätigt sich sonach an diesem dritten Individuum, dass Planorbis corneus den grössten Theil seiner Schale nach dem Quotienten 2 bildet, zuletzt aber in einen kleinern Quotienten übergeht.

Die Windungspunkte d' und d gehören übrigens schon zu der innern Spirale, wie die nachfolgende Rechnung lehrt.

§. 14.

Berechnung der Spirale.

Die an den beiden vollständigen Exemplaren Nr. I. und II. angestellten Beobachtungen berechtigen wohl ohne Weiteres zu der Annahme, dass auch das Exemplar III. in seinem Innern nach einer logarithmischen Spirale vom Quotienten $p = 3$ gewunden gewesen sei. Setzen wir nun auch den Werth von a abermals $= 0{,}425\ mm$,, so führen die duplodistanten, singulodistanten und semissodistanten Diameter von ab' bis $d'd$ auf den Mittelwerth von M (§. 5.)

$$M = 0{,}68\ mm.$$

Aus diesem Werthe, welcher mit dem in §. 9. für das Exemplar Nr. I. gefundenen völlig übereinstimmt, folgt also eben so wie dort:

$$u = 2{,}542$$
$$a' = 2{,}04\ mm.$$
$$H = 1{,}36\ mm.$$

und es berechnen sich die Umlaufswinkel der Windungspunkte a, b u. s. w. vom Anfangspunkte der äussern Spirale aus, wie folgt:

für a, $n = 2{,}332$	für b' $n = 1{,}950$
„ b $= 1{,}384$	„ c' $= 0{,}878$

Aus diesen ergiebt sich 2,386 als der corrigierte mittlere Werth für a, und überhaupt der corrigierte Umlaufswinkel:

für a, $x = 2{,}386.2\pi$	für a' $x = 2{,}886.2\pi$
„ b, $= 1{,}386.2\pi$	„ b' $= 1{,}886.2\pi$
„ c, $= 0{,}386.2\pi$	„ c' $= 0{,}886.2\pi$

Berechnen wir nun aus diesen Umlaufswinkeln die Radien der Punkte a, b u. s. w., so erhalten wir die unten stehenden Werthe, welchen die Radien der beiden zur innern Spirale gehörigen Punkte d' und d beigefügt sind, deren Berechnung auf Folgendem beruht. Der Punkt c liegt $0{,}386.2\pi$ vom Anfangspunkte der äussern Spirale, welcher seinerseits $2{,}542.2\pi$ vom Anfangspunkte der innern Spirale entfernt ist; der totale Umlaufswinkel des Punktes c beträgt also $2{,}928.2\pi$, woraus sich natürlich für die beiden Punkte d' und d die Umlaufswinkel $2{,}428.2\pi$ und $1{,}928.2\pi$ ergeben, aus denen ihre Radien nach der Gleichung $r = ap^m$ berechnet werden konnten. Die ganze Reihe der berechneten Radien wird hiernach folgende:

für a, $r = 13{,}540$	
„ b, $= 6{,}427$	für b', $r = 9{,}373$
„ c, $= 2{,}874$	„ c', $= 4{,}347$
„ d, $= 1{,}040$	„ d' $= 1{,}800$

Durch Addition der singulodistanten Radien gelangt man endlich auf folgende berechnete Werthe der Diameter und Windungsabstände, welchen die beobachteten Werthe beigesetzt sind:

Diameter	berechnet	gemessen
ab'	22,913	22,90
$b'b$	15,800	16,05
bc'	10,774	10,80
$c'c$	7,221	7,25
cd'	4,674	4,75
$d'd$	2,840	2,90

Windungsabstände	berechnet	gemessen
$b'c'$	5,026	5,25
$c'd'$	2,547	2,50
cd	1,834	1,85
bc	3,553	3,55
ab	7,113	6,85

Wiederum stellt sich eine so nahe Uebereinstimmung zwischen Messung und Rechnung heraus, dass die Theorie, als die Grundlage der letztern, eine neue Bürgschaft ihrer Richtigkeit gefunden haben dürfte.

§. 15.

Endresultate.

Nach den an drei verschiedenen Individuen von Planorbis corneus gefundenen Ergebnissen der Messung und Rechnung glaube ich mich berechtigt, über das Gestaltungsgesetz dieser Süsswasserschnecke folgende Sätze aufstellen zu dürfen:

1) Die Schale völlig ausgewachsener Exemplare ist dreifach zusammengesetzt, oder triplospiral.

2) Der innerste Theil der Schale ist nämlich nach einer logarithmischen Spirale vom Quotienten 3 und vom Archiradius $\alpha = 0{,}125\ mm.$ gewunden; dieser Theil absolvirt etwas über $2\frac{1}{2}$ Windungen; seine erste Hälfte wird aber bei dem spätern Wachsthum des Thieres allmählig mit Kalkmasse ausgefüllt, indem sich dasselbe nach und nach aus demselben herauszieht.

3) Der mittlere und bedeutendste Theil der Schale ist nach einer cyclocentrischen Conchospirale vom Quotienten $q = 2$ und vom Archiradius $\alpha' = 2{,}0\ mm.$ gewunden; er scheint ungefähr drei Windungen zu bilden.

4) Der äusserste, meist nur etwa in einer Viertelwindung ausgebildete Theil der Schale ist nach einem dritten Quotienten gewunden, welcher kleiner als 2 und vielleicht $= \frac{5}{3}$ ist.

Schlüsslich will ich nur noch bemerken, dass das Bildungsgesetz des mittlern Theiles der Schale durch den in §. 6. erwähnten Längsschnitt eines vierten Exemplars vollkommen bestätigt wird, indem

sowohl die Windungsabstände als auch die Diameter der sichtbar gemachten Windungen ganz entschieden den Quotienten $q = 2$ geben. Eine Messung gab z. B. die Elemente:

Windungsabstände		Diameter	
$a'b'$	= 5,20 *mm.*	$a'a$	= 16,60 *mm.*
$b'c'$	= 2,55 „	ab'	= 11,40 „
$c'd'$	= 1,25 „	$b'b$	= 7,70 „
bc	= 1,80 „	bc'	= 5,15 „
ba	= 3,70 „	$c'c$	= 3,35 „
		cd'	= 2,10 „

aus welchen gar kein anderer Werth von q gefolgert werden kann.

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
594N22U C001
UBER DIE CYCLOCENTRISCHE CONCHOSPIRALE U
3 0112 010036371

In der unterzeichneten Verlagshandlung sind erschienen:

ABHANDLUNGEN bei Begründung der Königl. S
schaft der Wissenschaften am Tage der zweihundertjährigen Geburtsfeier Leibnizens herausgegeben von der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig. Mit Leibnizens Bildnisse. 4. Leipzig 1846. Preis 5 Thlr.

Daraus einzeln zu haben:

C. F. NAUMANN über die Spiralen der Conchylien. (Einzeln 16 Ngr.)

E. H. WEBER Zusätze zur Lehre vom Baue und den Verrichtungen der Geschlechtsorgane. Mit neun Kupfertafeln. (Einzeln 1 Thlr. 10 Ngr.)

C. G. LEHMANN Beiträge zur Kenntniss des Verhaltens der Kohlensäureexhalation unter verschiedenen physiologischen und pathologischen Verhältnissen. (Einzeln 10 Ngr.)

BERICHTE über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.

Aus den Jahren 1846 und 1847. 12 Hefte. Leipzig 1848. gr. 8. Mit Kupfertafeln und Holzschnitten. Preis eines jeden Heftes 10 Ngr.

Darin befinden sich unter Andern:

ERDMANN über Samenaschen und deren Analyse. Heft III.

NAUMANN über die cyclocentrische Conchospirale und über das Windungsgesetz von Planorbis corneus. Heft V.

NAUMANN über die Felsenschliffe der Hohburger Porphyrberge unweit Wurzen. Heft XI.

LEHMANN über den Gehalt des Blutes an kohlensaurem Alcali. Heft III.

LEHMANN über die saure Reaction des Magensaftes. Heft III.

E. H. WEBER über den Einfluss der Erwärmung und Erkältung der Nerven auf ihr Leitungsvermögen. Heft V.

E. H. WEBER über den Mechanismus der Einsaugung des Speisesaftes bei dem Menschen und bei einigen Thieren. Heft VII.

E. H. WEBER über den Descensus testiculorum bei dem Menschen und bei einigen Säugethieren. Heft VII.

Aus dem Jahre 1848. 6 Hefte. Leipzig 1848. gr. 8.

E. H. WEBER dass nur die Tastorgane allein fähig sind uns die Empfindungen von Wärme, Kälte und Druck zu verschaffen. Heft X.

NAUMANN über die logarithmische Spirale von Nautilus Pompilius und Ammonites galeatus. Heft I.

NAUMANN über die im Königreiche Sachsen möglicherweise noch aufzufindenden Steinkohlen. Heft III.

ERDMANN über Mellithsäure. Heft I.

CARUS über einen Fall einer krankhaften Verbildung mehrerer Suturen des Schädels. Heft III.

E. H. WEBER Beiträge zur Anatomie und Physiologie des Bibers castor fiber. Heft V.

LEHMANN über das chemische Verhalten des russischen und canadischen Castoreum und des Smegma praeputii des Pferdes. Heft V.

E. H. WEBER über die Umstände durch welche man geleitet wird Empfindungen auf äussere Objecte zu beziehen. Heft VI.

Weidmann'sche Buchhandlung.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.